

## Teoría del comportamiento del consumidor

En el estudio microeconómico el individuo es el centro de atención, esto se debe a la importancia que tiene para el estudio económico el análisis del comportamiento individual y de la influencia de los resultados en la sociedad. El objetivo de este tema es entender cómo se comportan los agentes consumidores, como toman las decisiones para enfrentar la escasez.

La elección del consumidor parte del supuesto de que todos los consumidores entran al mercado con unas preferencias perfectamente definidas, considerando dados los precios. El objetivo de los individuos es asignar sus ingresos (renta) de la manera que mejor satisfaga sus preferencias.

Recordemos que el problema económico se centra en la escasez, en este sentido, para el consumidor, tiene necesidades ilimitadas, pero los medios para alcanzar la satisfacción (recursos) son limitados, es decir, el consumidor desearía consumir tanto como quiera, sin embargo sus ingresos para acceder a los bienes y servicios que le satisfagan sus necesidades son limitado, no tiene ni ingresos ni tiempo para consumir toda la mercancía que quisiera.

Para poder entender el comportamiento del consumidor existen tres etapas, a saber:

- Saber que se quiere, es decir conocer las preferencias por las diversas mercancías, sus gustos.
- Saber que puede hacer el individuo dado su ingreso y los precios a los que se enfrenta, construir un modelo de las restricciones a las que se enfrenta el individuo dado que sus ingresos son limitados.
- Conocidas las preferencias y la restricción, determinar la opción viable que maximice su bienestar.

### 1. Las preferencias del individuo:

Para representar las preferencias del consumidor partimos del supuesto (poco real) de que solo existen dos mercancías, sobre las cuales decide el consumidor. Las preferencias del consumidor constituyen distintas combinaciones de los dos bienes, que satisfacen al consumidor. Estas combinaciones pueden ser ordenadas en función de sus preferencias. Por ejemplo. Supones dos bienes, ropa y zapatos, Ana consume estos dos bienes, ella debe elegir combinaciones de zapatos y ropa que la satisfagan, por ejemplo una combinación (cesta) A que consta de 4 pares de zapatos al mes y 2 piezas de ropa al mes, y una combinación (cesta) B de 3 pares de zapatos al mes y 3 piezas de ropa al mes. Si no conocemos las preferencias del consumidor no podemos saber que cesta preferirá, el consumidor puede hacer una de las tres afirmaciones siguientes:

- a. Prefiere la cesta A a la B
- b. Prefiere la cesta B a la A
- c. La cesta A y la B son igualmente atractivas

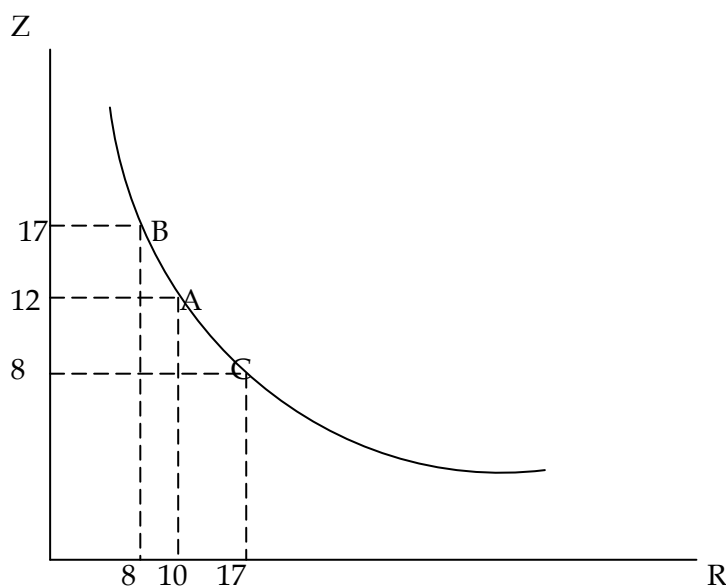
Las preferencias reúnen ciertas condiciones o supuestos:

- \* Completas: el consumidor se enfrenta a dos cestas podrá decirnos cual prefiere o si le son indiferentes
- \* Reflexivas: cualquier cesta es la menos tan buena como ella misma.
- \* Transitivas: las preferencias son congruentes, si la combinación x se prefiere a la combinación y, y la y a la combinación z, entonces, x se prefiere a z
- \* Insaciables: cuando existe una combinación que tiene mas de cualquier mercancía será preferible a una que tenga menos, es decir, cuanto mas, mejor.

### 1.1. Las curvas de indiferencia

Las curvas de indiferencia se definen como un conjunto de combinaciones de dos bienes, que le son indiferentes al consumidor, es decir, le brindan la misma satisfacción. Las curvas de indiferencia nos permiten describir gráficamente las preferencias del consumidor. Entendemos esto como: Ana tiene una combinación A de zapatos y ropa de 12 pares de zapato al mes y 10 piezas de ropa al mes, atendiendo a los supuestos de las preferencias, ella prefiere cualquier combinación distinta de A siempre u cuando tenga al menos mas de uno de los dos bienes, y A se preferirá a cualquier combinación que tenga al menos , menos de uno de los dos bienes, pero existen otras combinaciones que pueden serle indiferentes con respecto a A. supóngase una combinación B con 17 pares de zapatos al mes y 8 piezas de ropa, el consumidor muestra un comportamiento indiferente ante elegir entre A y B, u otra cesta C con 20 pares de zapatos y 7 piezas de ropa que es igual de atractiva que B y que A. Así la curva de indiferencia será la representación grafica del todas las combinaciones que son igual de atractivas para el consumidor. Esta curva nos permite comparar la satisfacción que reportan las cestas que se encuentra en ella con la que reportan las que se encuentran por encima o por debajo.

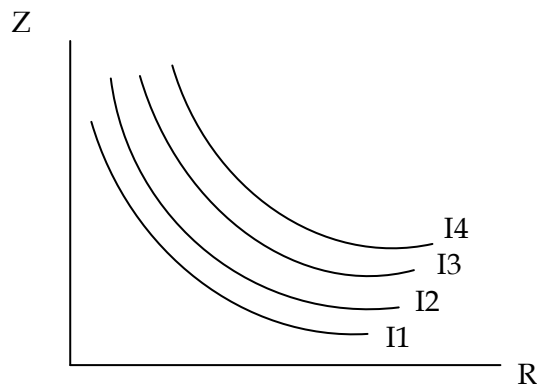
Gráfico 1



Todas las combinaciones que se encuentran por encima de la curva serán preferidos a las que se encuentran sobre ella, del mismo modo, todas las combinaciones que se encuentran sobre la curva se prefieren a todas aquellas combinaciones que es ubican por debajo de ella.

De acuerdo al supuesto de completitud de las preferencias, por todas las cestas posibles pasa una curva de indiferencia, así las preferencias de un consumidor pueden ser mostradas en un mapa de curvas de indiferencia.

Grafico 2



Lo relevante es la ordenación de las curvas de indiferencia, que nos dice: Todas las combinaciones de la curva I4, se prefieren a las combinaciones de las curvas I3, I2 e I1, las combinaciones de I3, son preferibles a las combinaciones de I2 e I1, y las combinaciones de I2 son preferibles a las de I1.

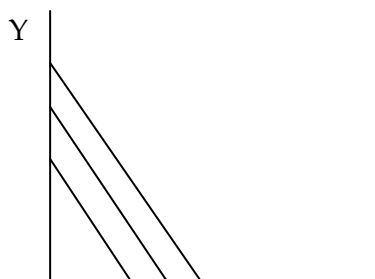
Las curvas de indiferencia y los mapas de curva de indiferencia cumplen con cuatro propiedades que se derivan de las propiedades de las preferencias:

1. Son Ubicuas, es decir cualquier cesta o combinación tiene una curva de indiferencia que pasa por ella (principio de completitud)
2. Las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa, cumpliendo con el principio de insaciabilidad.
3. Las curvas de indiferencia no pueden cortarse, cumpliendo con el principio de transitividad
4. Las curvas de indiferencia son menos inclinadas a medida que nos hacia la derecha sobre ella, esto se relaciona con el principio de convexidad.

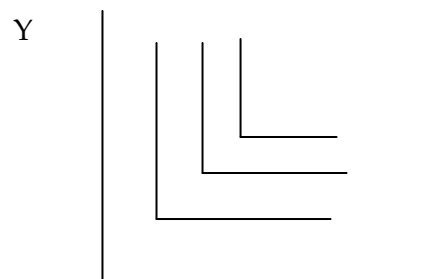
Casos especiales de curvas de indiferencia:

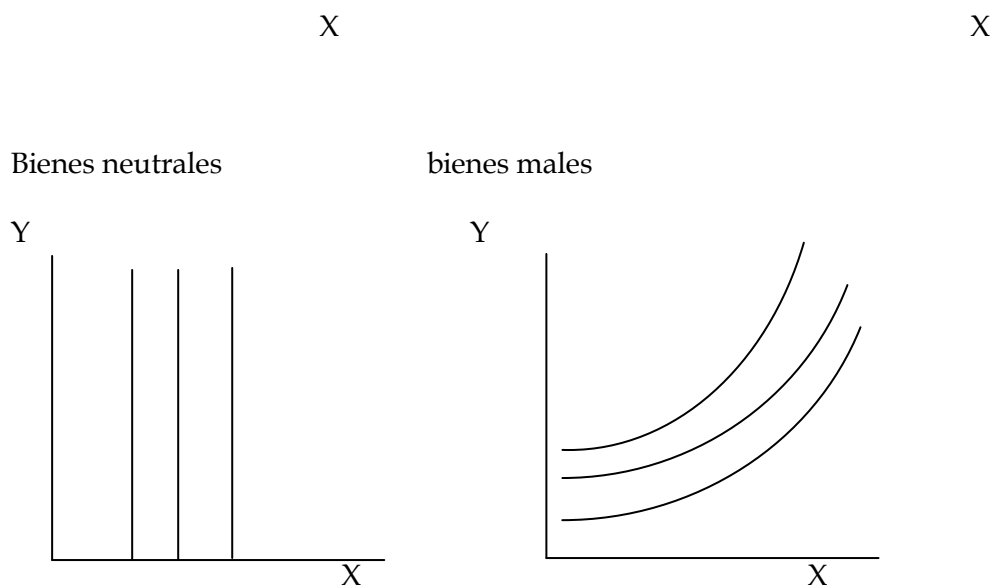
Grafico 3

Sustitutos perfectos:



complementos perfectos





La pendiente de la curva de indiferencia. La Tasa Marginal de Sustitución

La tasa marginal de sustitución como su nombre lo indica mide la relación en que el consumidor esta dispuesto a sacrificar un bien por el otro, esta relación por lo general será negativa (existen bienes que no cumplen con esto, como los bienes males o los neutrales). La TMS es así, algebraicamente:

$TMS = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$  Cuanto de X está dispuesto a sacrificar el consumidor por unidades adicionales de Y

Esta relación para las curvas de indiferencia monótonas y convexas disminuye cuando aumenta el numero de unidades que consume de X, es decir a la derecha de la curva de indiferencia, así la tasa marginal de sustitución es decreciente.

Para el caso de bienes sustitutos perfectos la pendiente será constante, los bienes neutrales la tasa marginal de sustitución es infinita, y para los complementos perfectos es 0 o infinita, los males tiene pendiente positiva

## 2. La Restricción presupuestaria del individuo.

Ya conocemos lo que el consumidor desea hacer, conocemos las características de sus gustos, sus preferencias, ahora tenemos que analizar que puede hacer el consumidor. Recordando el flujo circular de la actividad económica sabemos que para el acceder a lo que quiere cuenta con recursos limitados, sus ingresos, que provienen de la oferta de los factores de producción.

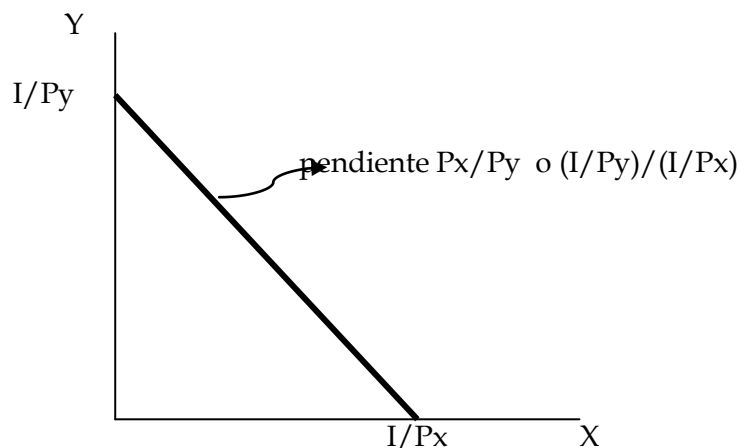
Para construir y definir la restricción presupuestaria, partimos del supuesto de que el consumidor es precio aceptante, es decir, que no controla los precios a los que se enfrenta, ya que su nivel de consumo no afecta el precio por unidad.

Para la definición de la restricción presupuestaria partimos de una cesta de consumo (combinación de bienes  $x$  y  $y$ ), cada uno de estos bienes tiene un precio ( $p_x$  y  $p_y$ ), y además la cantidad de dinero con la que cuenta el consumidor es determinada,  $I$  (el ingreso), dados estos elementos, existen distintas combinaciones que se ajustan a él, si no existe el ahorro y el consumidor va a gastar todo su dinero en adquirir unidades de  $x$  y de  $y$ , existen un conjunto de cestas o combinaciones de  $x$  y  $y$  que agotan exactamente el ingresos del consumidor a los precios determinados.

Es decir:  $p_x X + p_y Y \leq I$

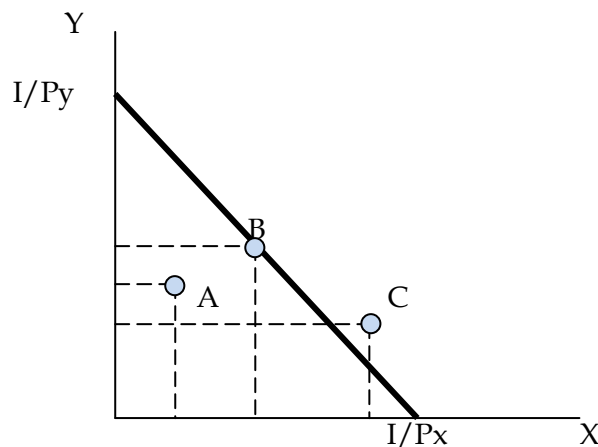
La restricción presupuestaria es una línea recta de pendiente negativa y esta dada por la relación de precios de  $x$  y de  $y$ ,  $p_x/p_y$ , el valor absoluto de la pendiente nos proporciona la tasa a la cual el mercado permite al consumidor sustituir una mercancía por otra. En términos de coste de oportunidad, diremos que el coste de oportunidad de una unidad de  $x$  es  $P_x/P_y$  unidades de  $y$ .

Grafico 4



$P_x X$  representa el gasto en el consumo de  $X$  y  $P_y Y$  representa el gasto en el consumo de  $Y$ . Los puntos de corte de la restricción indica la combinación de bienes si se destina todo el ingreso al consumo de uno de los bienes. También se lee como el ingreso real en términos de los bienes  $x$  y  $y$ . Todas las combinaciones o cestas que cubran el ingreso, o que sean menores a este serán combinaciones asequibles.

Grafico 5:



Decimos que el consumidor cuenta con recursos para adquirir cualquiera de las cestas que está por debajo de la curva presupuestaria por ejemplo, la cesta A, pero también puede adquirir cualquier combinación que se ubique sobre la curva presupuestaria, como la combinación B, las combinaciones que están a la derecha de la restricción son inalcanzables, como la combinación C, el presupuesto no le permite comprar esta combinación., por el ello tenemos el signo  $\leq$  en la restricción presupuestaria, es decir el gasto en x mas el gasto de y puede ser menor o igual al ingreso m, mayor que el no.

La formula de de esta restricción presupuestaria será entonces:

$$Y = \frac{I}{Py} - \frac{Px}{Py} X$$

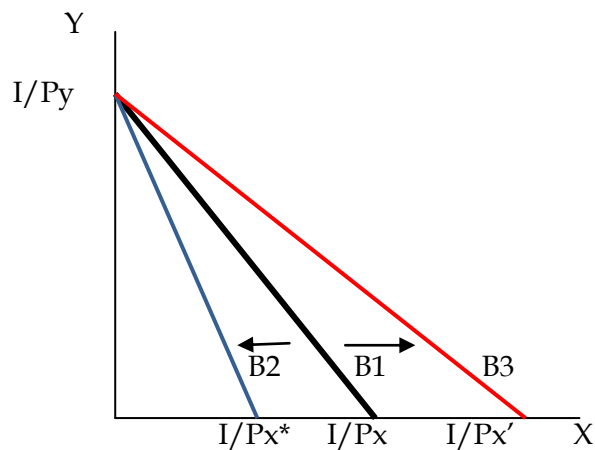
Como varia la resta presupuestaria.

Como se menciono anteriormente la restricción presupuestaria no da las combinaciones viables o asequibles de consumo dado el ingreso corriente y los precios de los bienes, pero que sucede si cambia alguno de estos factores. Sencillo al variar el ingreso y/o los precios de los bienes cambia la restricción presupuestaria, se desplazaría la curva, con lo que también cambiarían las combinaciones asequibles.

A. Varían los precios de los bienes x y y:

Cuando cambia el precio de una de las mercancías y lo demás permanece constante, la línea presupuestaria se mueve, solo sobre el eje del bien cuyo precio cambio. Si el precio sube, la línea se moverá hacia adentro, si el precio baja, la curva se moverá hacia la afuera, por ejemplo, supongamos que varía el precio de x:

Grafico 6



$$P_{x^*} > P_x$$

$$P_{x'} < P_x$$

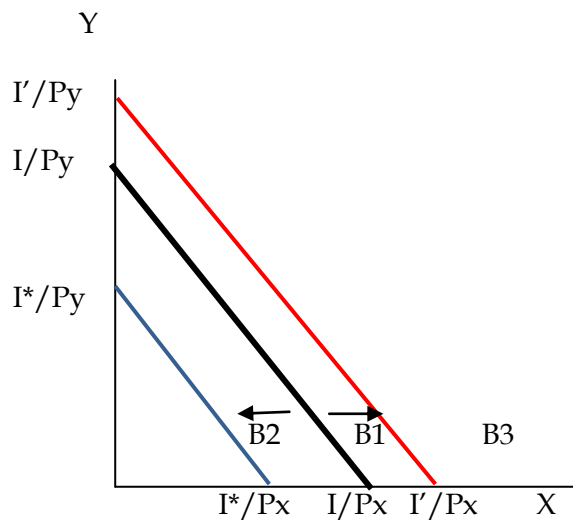
Nótese que el punto de corte en el eje de las ordenadas sigue siendo el mismo, puesto que  $m$  y  $P_y$  permanecen constantes, pero dado que cambio el  $P_x$  cambia también el corte en el eje de las abscisas y también la pendiente, para B2, como  $P_x$  aumento, la pendiente  $P_x/P_y$  es mayor que para B1, para B3 como  $P_x$  disminuyo, la pendiente  $P_x/P_y$  es menor que para B1.

Si cambian ambos precios simultáneamente, la curva se desplazara igualmente pero dependerá del tipo de variación que se de, y la magnitud de los cambios. Si ambos aumentan o disminuyen en la misma proporción, la curva se desplazara hacia adentro o hacia afuera respectivamente de manera paralela a la restricción inicial, así la pendiente seguirá siendo la misma.

#### B. Varía el ingreso del consumidor.

Cuando cambia el ingreso del consumidor, pero no los precios relativos, se produce un desplazamiento de la restricción presupuestaria paralelo a la restricción inicial. Si disminuye el ingreso, la restricción se desplaza a la izquierda, si el ingreso aumenta se desplaza hacia la derecha.

Grafico 7:



$I^* < I$

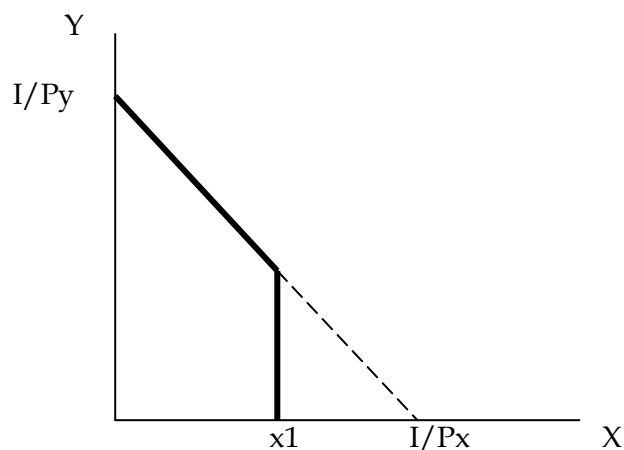
$I' > I$

Restricciones presupuestarias no lineales, quebradas

Aunque partimos del supuesto que el consumidor es precio aceptante, y que la restricción presupuestaria es lineal, esto último no se cumple en todos los casos, es decir, existen casos para los cuales la restricción presupuestaria es no lineal, es quebrada. Algunos de estos casos son:

- 1) Cuando existe racionamiento de cantidad, es decir cuando se establece una cantidad máxima que pueda consumir el individuo. Es una decisión ajena al consumidor, aunque el quisiera consumir mas de esa cantidad del bien racionado, no puede hacerlo. Supongamos que se raciona el consumo del bien X, el individuo no puede consumir mas de  $x_1$  unidades del bien, para este caso la restricción presupuestaria será:

Gráfico 8



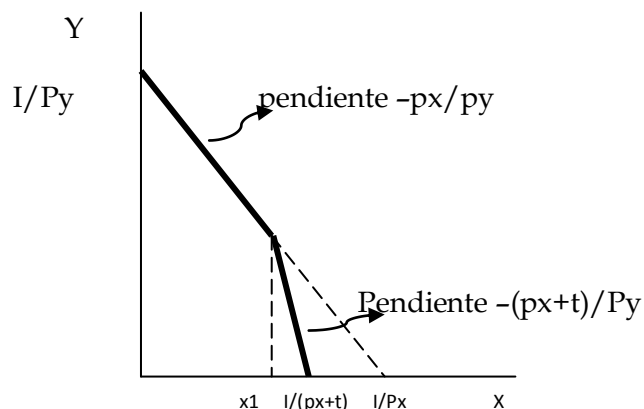


Para el consumidor todas las combinaciones alcanzables tienen que el consumo de del bien X es menor a  $x_1$ . El consumidor pierde la porción del conjunto presupuestario situado más allá de la cantidad racionada

2) Impuestos sobre el consumo. Uno de estos impuestos es el impuesto sobre las cantidades, es decir el consumidor debe pagar una determinada cantidad de dinero al Estado por cada unidad que compra de este bien. El impacto que tiene este impuesto es exactamente igual al de la variación en el precio del bien, es decir el impuesto altera el precio del bien, ahora será el precio del bien mas el impuesto.

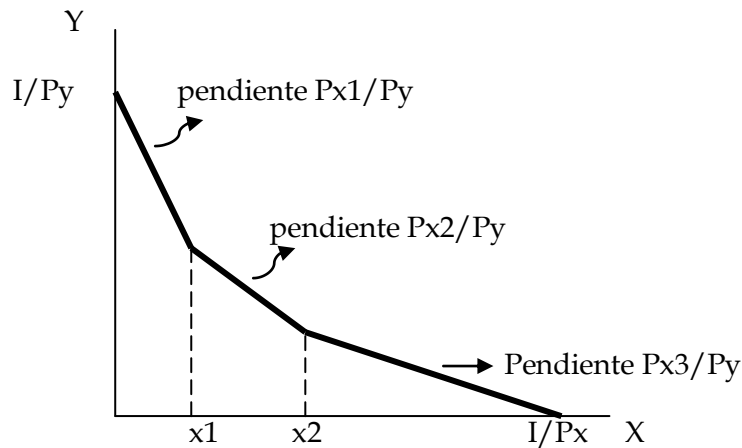
Otro tipo, es el impuesto al valor agregado, es un impuesto que se paga sobre el valor del bien y no sobre lo que se compra, suele representarse porcentualmente. Supongamos un caso donde el consumidor puede adquirir X al precio  $P_x$  hasta la unidad  $x_1$ , a partir de allí tendrá que pagar un impuesto de  $t$  sobre el consumo. Gráficamente:

Gráfico 9



3) Descuento por cantidad. Recordemos que cuando definíamos la restricción presupuestaria suponíamos que los precios eran fijos, constantes, sin embargo existen estrategias de mercadeo por ejemplo que varían el precio conforme aumenta el consume, específicamente, disminuyen los precios conforme aumentan las cantidades consumidas, así la restricción presupuestaria no es lineal, es decir su pendiente deja de ser constante ser todos su puntos, la pendiente va cambiando a medida que se cumple del descuento por cantidad. Por ejemplo, supongamos un individuo que consume los bienes  $x$  y  $y$ , y recibe descuento por el consumo de  $x$ , así el tendrá que pagar el precio  $P_{x1}$  hasta las  $x_1$  unidades del bien  $x$ , a partir de allí pagara  $P_{x2}$  por cada unidad hasta  $x_2$  ( $P_{x1} > P_{x2}$ ), después de  $x_2$  pagara  $P_{x3}$  por unidad, ( $P_{x3} < P_{x2} < P_{x1}$ ), así la restricción presupuestaria será:

Gráfico 10

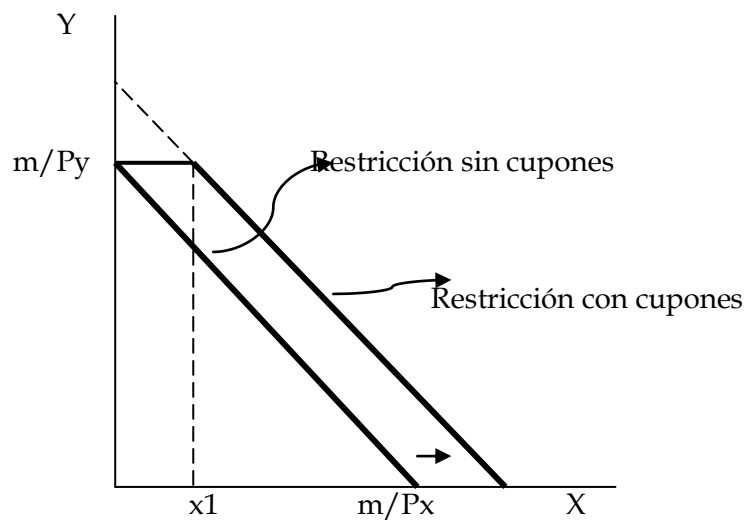


Cupones de alimentación o transferencias en especie. Este tipo de programas consiste en transferir un pago al individuo en forma de mercancía o servicio en lugar de dinero en efectivo.

Para este tipo de programas el gobierno paga al individuo una cantidad de unidades monetarias en mercancía, lo que quiere decir, que el individuo contara con la cantidad de dinero que esta dejando de gastar en esa mercancía, para el consumo de mas unidades del bien, es decir, la restricción se habrá desplazado hacia la derecha, si el consumidor no puede vender las mercancías recibida como pago, tendrá una restricción quebrada, si puede venderla el efecto será el de un incremento en el su ingreso. Gráficamente:

Supongamos que el gobierno le trasfiere al individuo  $x_1$  unidades del bien  $X$ , a cualquier nivel de consumo de  $Y$ , el consumidor podrá tener  $x_1$  unidades mas  $X$ .

Gráfico 11



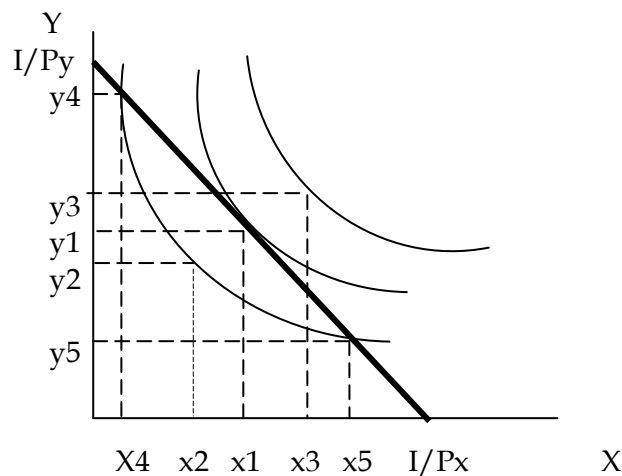
## 3. La Decisión del consumidor, la mejor cesta posible

- Solución interna

Ahora consideremos los elementos bajo los cuales el consumidor toma sus decisiones. Si sabes que el tiene preferencias que cumplen con el supuesto de insaciabilidad, que el quisiera ubicarse los mas lejos posible del origen, pero que tiene que pagar por los bienes que la satisfacen la necesidad, pero además tiene ingresos limitados, ¿Cuál será la elección del consumidor? El mapa de curvas de indiferencia ordena en atención a sus preferencias las cestas, y la restricción no indica cuales de esas cestas son asequibles.

Dado que no existe el ahorro, la mejor cesta posible será aquella que se ubique en la curva de indiferencia que sea tangente o toque a la restricción presupuestaria. Es decir aquella combinación que cubra todo su ingreso pero sea la cesta más preferible. Esto es gráficamente:

Gráfico 12



Esto es, empecemos por examinar la cesta C, esta cesta es deseable por el consumidor, porque es la cesta con mayores unidades de x y de y, y recordemos mientras mas mejor, sin embargo esta cesta no es asequible para el consumidor dado los precios de x y de y, y el nivel de ingreso del consumidor, así esta no representa la mejor combinación posible, es la deseada pero no la posible. Ahora examinemos la cesta B, esta cesta es asequible para el consumidor, esta por debajo de la restricción es decir el gasto en x mas el gasto en y en menor al ingreso, sin embargo esta combinación es menos preferible a otras que se ubican mas lejos del origen, y como el no va ahorrar puede utilizar sus ingresos para conseguir una cesta mas preferible. Por tanto esta tampoco es la mejor cesta posible. Por otro lado tenemos la cesta A, que si representa la

mejor cesta posible puesto que agota todo el ingreso del consumidor y esta por encima de muchas otras combinaciones posibles pero menos preferibles.

Pero que sucede en cestas como D y E, ¿no pueden ser la mejor cesta asequible?, aunque estas combinaciones se ubiquen sobre la restricción presupuestaria, no representan la mejor cesta asequible, la cestas D y E se ubican sobre la misma curva de indiferencia de la combinación B, por lo que le son indiferentes B, D y E, las tres le satisfacen igual, atendiendo a las condiciones de las preferencias específicamente cuanto mas, mejor existen otras cestas que son preferibles a D y E como la combinación A, y por el principio de transitividad, A es preferible a B, y B es indiferente a D y E, A es preferible a D y E.

El consumidor busca alcanzar la curva de indiferencia mas alta posible que sea asequible. Esto es el punto de tangencia entre la restricción y la curva de indiferencia, donde se igualan las pendientes, es decir donde la tasa marginal de sustitución es igual a los precios relativos:

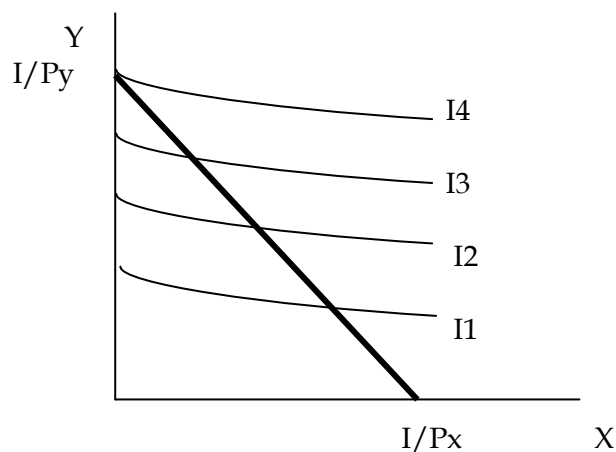
$$TMS = \frac{P_x}{P_y}$$

Si la TMS indica la tasa a la cual el consumidor esta Dispuesto a cambiar un bien por otro, y la pendiente de la restricción es la tasa a la cual el consumidor Puede cambiar un bien por otro, en equilibrio lo que se esta dispuesto y lo que se puede deben ser iguales. Cuando no se cumple quiere decir que el consumidor puede mejorar su situación reasignado su ingreso entre las dos mercancías.

- Solución de esquina

La mejor cesta asequible no tiene por que encontrarse siempre en un punto de tangencia, en algunos casos puede ocurrir que la TMS sea mayor o menor en todos sus puntos a la pendiente de la restricción presupuestaria, en este caso se obtiene una solución de esquina, gráficamente:

Gráfico 13



En este caso la condición de equilibrio se caracteriza por la siguiente desigualdad:

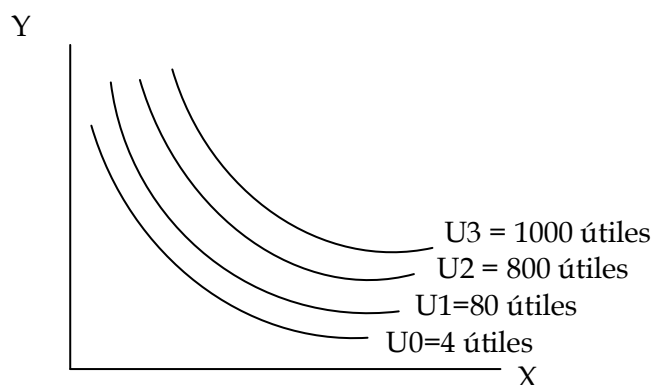
$$TMS \leq \frac{P_x}{P_y}$$

#### 4. La Teoría de la Utilidad: Asignación de números a las curvas de indiferencia.

La utilidad es una forma de describir las preferencias, y por tanto si una cesta tiene mayor utilidad que otra, y no el grado en el que una utilidad es mayor que otra.

La función de utilidad es un instrumento para asignar un número a todas las cestas de consumo posible de tal forma que las que se prefieren tengan un número más alto que las que no se prefieren, es decir, la cesta A se prefiere a la cesta B si y solo si la utilidad de la primera es mayor que la de la segunda. La función de utilidad puede ser entendida también como una fórmula que nos muestra la utilidad total asociada a cada combinación.

Gráfico 14



Todas las cestas que se ubican en la curva de indiferencia  $U_0$  proporcionan una utilidad de 4 útiles, todas las combinaciones que se ubican sobre  $U_2$  proporcionan una utilidad de 800 útiles y así sucesivamente. Mientras más al noreste se ubica la curva de indiferencia mayor será la utilidad que reporta. Sin embargo la interpretación de estos números de utilidad deberá hacerse con extremo cuidado, estos números no nos dicen que las combinaciones de  $U_1$  por ejemplo sean 10 veces menos útiles que las combinaciones de la curva  $U_2$ , o viceversa, nos indican que  $U_2$  es mejor que  $U_1$  pero no en que medida. Así las funciones de utilidad son ordinales.

Al asignarle números a las curvas de indiferencia, mediante la utilidad, es necesario renombrar la pendiente de la misma, ahora diremos que la pendiente estará determinada por la utilidad marginal con respecto a cada bien.

La utilidad marginal mide la variación que se en la utilidad total cuando se obtiene una unidad adicional de cada bien, es decir, la utilidad marginal con respecto al bien X

indica cuanto varia la utilidad total cuando se obtiene una unidad adicional del bien X, igualmente para el bien Y. algebraicamente esto es:

$$UM_x = \frac{\Delta U}{\Delta X}$$

$$\Delta U = UM_x \Delta X$$

$$UM_y = \frac{\Delta U}{\Delta Y}$$

$$\Delta U = UM_y \Delta Y$$

Sabemos que todas las combinaciones que se encuentran sobre una misma función de utilidad reportan la misma utilidad, si para aumentar el consumo de un bien debemos renunciar a unidades del otro, es decir, movernos de una combinación a otra sobre la misma curva de indiferencia, el nivel de utilidad total no varia, lo que perdemos en utilidad por consumir menos de un bien, lo ganamos por consumir mas del otro, esto nos dice que:

$$UM_x \Delta X = UM_y \Delta Y$$

Así, definimos la pendiente de la función de utilidad como:

$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

Anteriormente se explico que el punto de tangencia ( $TMS = P_x/P_y$ ), donde  $TMS = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$

puede demostrarse entonces que  $TMS = \frac{UM_x}{UM_y}$ , así el equilibrio queda como:

$$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

Al trabajar en términos marginales es preciso hacer hincapié en 2 cosas. Primero que el valor particular de la utilidad asociado a una curva de indiferencia no tiene importancia, puesto que las funciones son ordinales, de esta manera tampoco puede cuantificarse la cantidad de utilidad que se deriva del consumo de una unidad adicional del bien.

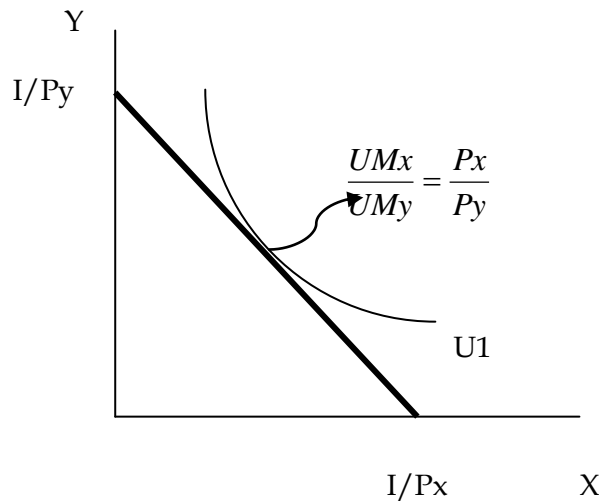
Sin embargo el análisis marginal se hace útil en la medida que podemos reordenar los elementos de la ecuación de la siguiente manera:

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y},$$

cada lado de esta igualdad indica la utilidad marginal de cada unidad monetaria gastada en cada bien, de esta manera la combinación óptima, maximiza la

utilidad si y solo si la utilidad marginal de la última unidad monetaria gastada en el bien x, es igual a la utilidad marginal de la última unidad monetaria gastada en y.

Gráfico 15



#### 4.1. Tratamiento matemático:

Partimos de una función de utilidad del consumidor:  $U(X,Y)$ , con ingresos y precios fijos, el problema de la asignación del consumidor puede formularse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(X,Y) \\ & \text{sujeta a } P_x X + P_y Y = I \end{aligned}$$

- El método del multiplicador de Lagrange

EL problema de maximización restringida significa que queremos hallar la combinación de X y de Y que genere el máximo valor de la utilidad, sujeto a la restricción de que el consumidor solo gasta su ingreso.

Mediante el método de Lagrange, el problema se plantea como una maximización no restringida:

$$\begin{aligned} & \text{Max. } \mathcal{L} = U(X,Y) - \lambda(P_x X + P_y Y - I) \\ & X, Y, \lambda \end{aligned}$$

Donde  $\lambda$  se denomina multiplicador de Lagrange. Para la solución del problema se obtienen las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = UM_x - \lambda P_x = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} = UMy - \lambda Py = 0 \quad 2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - PxX - PyY = 0 \quad 3$$

Despejamos X, Y y  $\lambda$  respectivamente de cada condición, igualamos 1 y 2, despejamos X y Y, sustituimos en la restricción y tenemos las cantidades de X y de Y que satisfacen la restricción.

Ejemplo:

$$\text{Max } U(X,Y) = XY$$

$$\text{Sujeto } 40=4X+2Y$$

$$\mathcal{L} = XY - \lambda(4x + 2Y - 40)$$

C.P.O

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = Y - \lambda 4 = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} = X - \lambda 2 = 0 \quad 2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 40 - 4X - 2Y = 0 \quad 3$$

Despejamos  $\lambda$  de 1y 2 e Igualamos:

$$\lambda = \frac{Y}{4} \quad 1.1$$

$$\lambda = \frac{X}{2} \quad 2.1$$

$$1.1 = 1.2$$

$$\frac{Y}{4} = \frac{X}{2}$$

Despejamos X y Y

$$X=2Y/4= Y/2$$

$$Y=4X/2= 2X$$

Sustituimos X en la restricción y obtenemos el valor optimo de Y

$$40=4(Y/2)+2Y$$

$$Y^*=10$$



Ahora, Sustituimos  $Y^*$  en la restricción y obtenemos el valor óptimo de  $X$

$$40=4X+2(10)$$

$$X^*=5$$

Combinación óptima: (5,10)

- Un método alternativo:

En este método despejamos  $Y$  de la restricción presupuestaria, lo sustituimos en la función de utilidad derivamos respecto a  $X$ , obtenemos el valor de  $X$ , lo introducimos en la restricción y obtendremos  $Y$

Con el mismo ejemplo:

$$\text{Max } U(X,Y) = XY \quad 1$$

$$\text{Sujeto } 40=4X+2Y \quad 2$$

Despejamos  $Y$  en 2,

$$Y=20-2X$$

Sustituimos en 1 y tenemos:

$$U(X,Y)=X(20-2X)$$

Derivamos  $U$  respecto a  $X$ :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 20 - 4X = 0$$

$X=5$ , sustituimos  $X$  en la restricción y tenemos  $Y$

$$40=4(5)+2Y$$

$$Y=10.$$

#### 4.2. La función de Demanda del consumidor

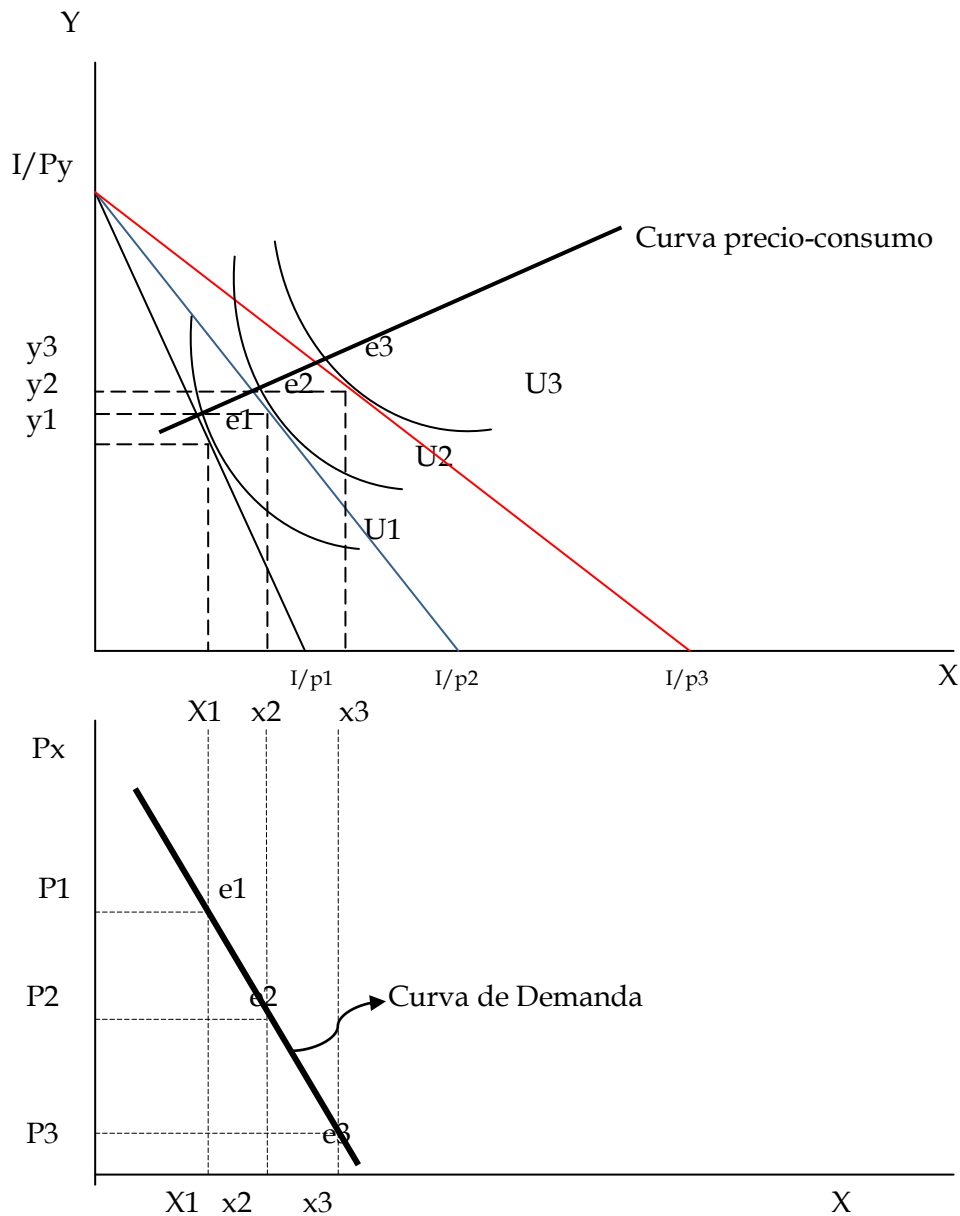
La curva de demanda individual de una mercancía nos muestra la máxima cantidad de esa mercancía que está dispuesto a consumir el individuo a un precio dado de la mercancía con todo lo demás constante. Derivar la curva de demanda del consumidor es simplemente una serie de ejercicios de estática comparativa resultado de las variaciones en el precio del bien en cuestión. En el diagrama del equilibrio del consumidor, para elegir la combinación óptima, los precios de los bienes  $X$  y  $Y$  aparecen implícitamente, vimos que cuando varía alguno de los precios, podemos suponer el precio de  $X$ , y el ingreso y el  $P_y$  permanecen constantes, esta condición

óptima cambiara, ya que la restricción se desplazara en el eje del bien X y de esta manera también lo hará el punto óptimo, que se ajustara a la nueva restricción. Entonces cada vez que tengamos un nuevo precio de X tendremos una nueva combinación óptima. Si trazamos una línea que pase por todos estos puntos de tangencia obtendremos la curva precio-consumo.

Si queremos ver el efectos de los precios de manera explícita utilizamos un diagrama aparte donde podamos expresar cantidades y precios del mismo bien.

De esta manera se define la curva precio consumo, como el conjunto de cestas óptimas de un mapa de curvas de indiferencia que se obtienen cuando varía el precio del bien. Gráficamente, esto es: suponemos que varía  $P_x$ :  $P_1 > P_2 > P_3$ . Como puede verse en el grafico inferior, cuando varía el precio de X nos movemos sobre la misma curva de demanda, genera cambios en la cantidad demandada.

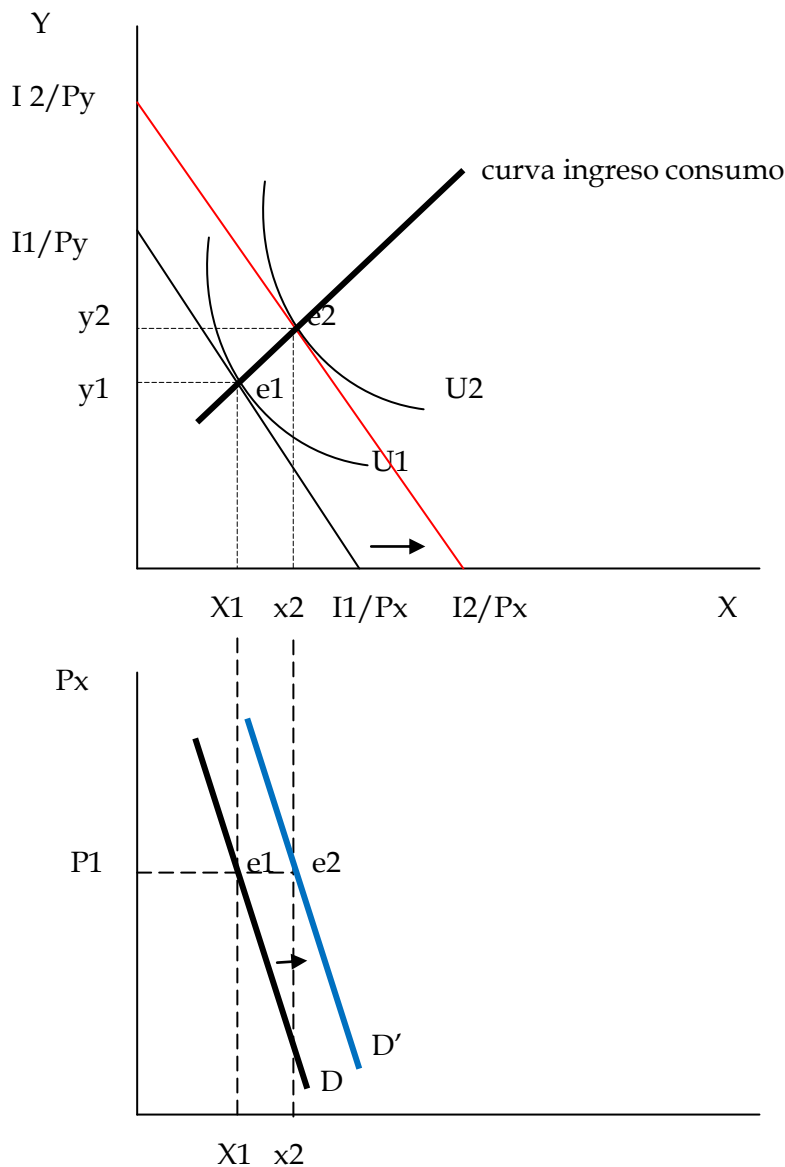
Gráfico 16



Pero ¿cómo se determina el efecto sobre la demanda bajo el enfoque de la teoría de la utilidad, los cambios en el precio de otros bienes o del ingreso?

Ya sabemos que cuando cambia  $P_y$  o el ingreso  $m$  el efecto que genera en la demanda de  $X$  es un cambio de la demanda o desplazamientos de la curva. Atendiendo al análisis de la utilidad gráficamente podemos verlo a continuación. Suponemos inicialmente que aumenta el ingreso, de  $m_1$  a  $m_2$ , el precio del bien  $X$  y del bien  $Y$  permanecen fijos. Veamos:

Gráfico 17

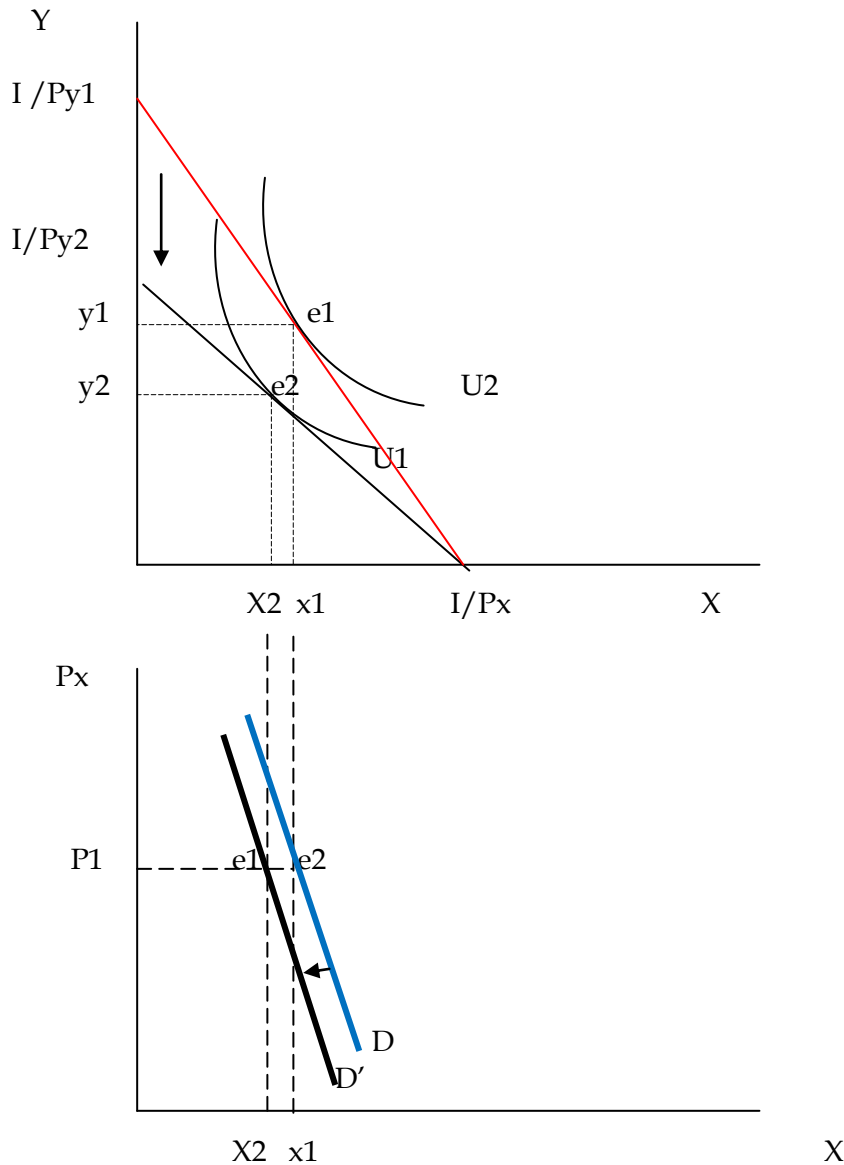


Allí tenemos en el gráfico superior la curva ingreso consumo, que reúne las combinaciones óptimas conforme varía el ingreso del consumidor ceteris paribus. Este resultado puede permitirnos definir los bienes respecto al ingreso, si al aumentar el ingreso, aumenta el consumo del bien  $X$ ,  $X$  es un bien normal respecto al ingreso, si al aumentar el ingreso del consumidor disminuye el consumo del bien  $X$ ,  $X$  es un bien

inferior respecto al ingreso, y viceversa. Esta relación se muestra mediante la curva de Engel, la cual parte de la curva ingreso consumo.

Supongamos ahora que varía el precio del bien Y, y que el ingreso y el precio del bien X permanecen fijos. El  $P_y$  disminuye de  $P_1$  a  $P_2$ , por tanto  $P_1 > P_2$

Gráfico 18



Este resultado puede permitirnos definir la relación entre los bienes X y Y, si al aumentar  $P_y$ , aumenta el consumo del bien X, X y Y son bienes sustitutos, si al aumentar el  $P_y$  disminuye el consumo del bien X, X y Y son bienes complementarios, y viceversa. Y si al variar el  $P_y$  no se altera el consumo de X, X y Y son bienes independientes.

4.2.1. Algebraicamente, la función de demanda ordinaria del bien X.

La función de demanda del consumidor muestra las cantidades óptimas de un bien en función de los precios y de la renta del consumidor, es decir:

$$\begin{aligned} X^m &= x(P_x, P_y, I) \\ Y^m &= y(P_y, P_x, I) \end{aligned}$$

El primer miembro de cada ecuación representa las cantidades demandadas de cada bien, y el segundo miembro representa la función que relaciona los precios y la renta con esa cantidad.

Estas funciones resultan de resolver el problema de maximización, después de aplicar las CPO, igualando las ecuaciones 1 y 2, despejando X y Y, sustituyendo de la restricción y despejando nuevamente Y y X.

A partir de la solución óptima determinada por las funciones de demanda marshalliana u ordinaria, se puede obtener la función indirecta de utilidad, que nos indica la utilidad máxima alcanzable a los precios y el ingreso, esto es:

$$v(P_x, P_y, I) = U(x(P_x, P_y, I), y(P_x, P_y, I))$$

Sustituyendo las funciones de demanda marshalliana en la función de utilidad.

La función de demanda marshalliana y la función indirecta de utilidad se relacionan por la identidad de Roy. Esta relación se establece en:

$$x(P_x, P_y, I) = - \frac{\frac{\partial v(P_x, P_y, I)}{\partial P_x}}{\frac{\partial v(P_x, P_y, I)}{\partial I}}$$

$$y(P_x, P_y, I) = - \frac{\frac{\partial v(P_x, P_y, I)}{\partial P_y}}{\frac{\partial v(P_x, P_y, I)}{\partial I}}$$

Aplicando la identidad de Roy y derivando a partir de una función indirecta de utilidad se pueden obtener las funciones de demanda marshalliana.

#### 4.2.2. Función de demanda compensada o Hicksiana

La dualidad en teoría económica es la relación entre dos problemas de optimización restringida, si uno de los problemas requiere maximización restringida el otro problema requerirá minimización restringida, la estructura y solución de cada problema puede proveer información sobre la estructura y solución del otro problema.

Así el principal problema para el consumidor ya lo vimos, es la maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria. Con que el que obtuvimos la demandas marshallianas y la función indirecta de utilidad. El segundo problema para el consumidor tiene el objetivo de minimizar el gasto en X y en Y

manteniendo fijo el nivel de utilidad óptimo, es decir el que resulta de la combinación óptima de X y Y.

Así tenemos:

$$\min PxX + PyY$$

$$\text{sujeto a: } U(x, y) = U^*$$

Donde  $U^*$  es el nivel máximo de utilidad resultado de la maximización.

Resolvemos por el método de Lagrange

$$Z = PxX + PyY + \mu(U^* - U(x, y))$$

CPO

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = Px - \mu UM_x = 0 \quad 1$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = Py - \mu UM_y = 0 \quad 2$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \mu} = U^* - U(x, y) = 0 \quad 3$$

Despejamos  $\mu$  de las ecuaciones 1 y 2 e igualamos:

$$\mu = \frac{Px}{UM_x} = \frac{Py}{UM_y}$$

Despejamos X y Y de esta igualdad, sustituimos cada una de ellas por separado en la restricción, y obtendremos las demandas compensadas o hicksianas:

$$X^h = x^h(Px, Py, U^*)$$

$$Y^h = y^h(Px, Py, U^*)$$

Esta función de demanda nos indica la combinación de consumo que alcanza un determinado nivel de utilidad considerado como objetivo y que minimiza el gasto total. Se conoce como demanda compensada ya que se considera que la función de demanda se construye alterando los precios y el ingreso con el fin de mantener fijo el nivel de utilidad del consumidor, por lo tanto se realizan alteraciones al ingreso para compensar la variación de los precios.

Al sustituir las demandas hicksianas en la función objetivo, se obtiene la función de gasto, que indica el gasto mínimo que debe hacerse para alcanzar un nivel de utilidad  $U^*$ . Esto es:

$$P_x x^h(Px, Py, U^*) + P_y y^h(Px, Py, U^*) \equiv E(Px, Py, U^*)$$

Notese que la condición de tangencia para ambos problemas, es igual:

$\frac{UM_x}{UM_y} = \frac{P_x}{P_y}$  Dado que el nivel de utilidad in el problema de la minimización, es igual al valor de la utilidad obtenido en la maximización, se tiene que:

$$\begin{aligned}x^m(P_x, P_y, I) &= x^h(P_x, P_y, U^*) \\y^m(P_x, P_y, I) &= y^h(P_x, P_y, U^*)\end{aligned}$$

En ambos problemas la solución produce idénticos valores de  $x$  y de  $y$ , sin embargo las soluciones son funciones de diferentes variables exógenas.

Del mismo modo, dado que los valores de  $x$  y de  $y$  son determinados por el punto de tangencia de la misma curva de indiferencia y la misma restricción presupuestaria, significa que el gasto minimizado es igual al presupuesto  $m$  del problema inicial.

$$E(P_x, P_y, U^*) = B$$

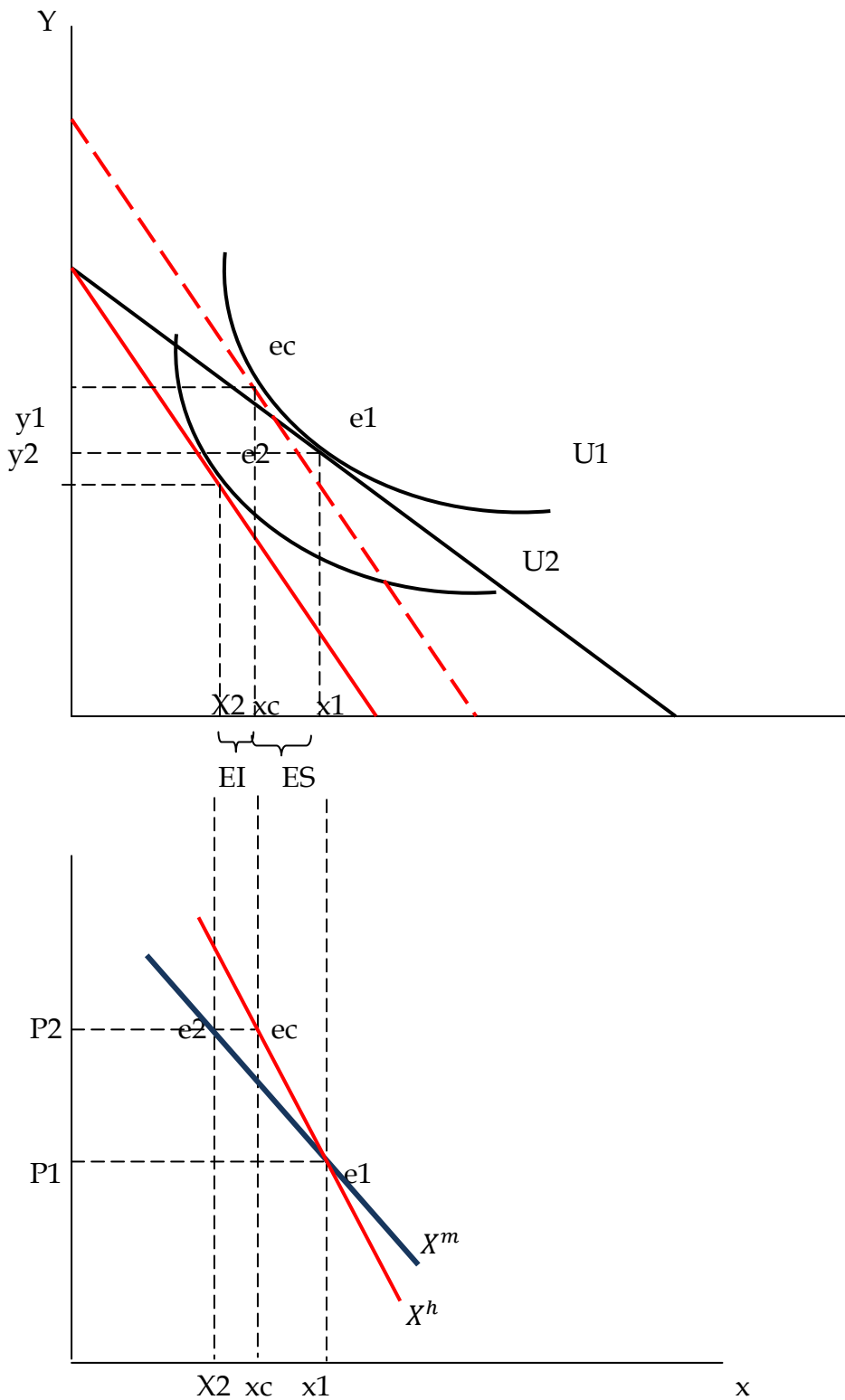
#### 4.2.3. El efecto sustitución y el efecto renta: la ecuación de Slutsky

Como ya vimos la variación del precio de un bien afecta las decisiones de compra, si analizamos el efecto de una subida en el precio por ejemplo, este afectara el consumo del bien en dos sentidos, primero hace mas atractivos los sustitutos cercanos y por otro lado reduce el poder adquisitivo del consumidor. Estos efectos suceden simultáneamente, sin embargo pueden descomponerse en efecto sustitución y efecto ingreso respectivamente.

El efecto sustitución, es el efecto de un cambio de precio sobre la cantidad demanda debido únicamente al cambio de su precio relativo. Si aumenta el precio del bien  $X$ , el precio de  $X$  en términos de  $Y$  aumenta. Es decir hay que renunciar a mas unidades de  $Y$  por una unidad adicional de  $X$ .

El efecto ingreso, es el efecto de un cambio en el precio sobre la cantidad demandada debido únicamente al cambio en el ingreso real del consumidor. Gráficamente:

Gráfico 19



Como se calculan el efecto sustitución y el efecto ingreso?



Como se puede ver, el consumidor debe recibir una compensación o ajustar su ingreso monetario para que la combinación  $e_1$  siga siendo alcanzable, la combinación  $e_1$  es asequible tanto con  $P_x, P_y, m$  como con  $P_x', P_y$  y  $m'$ , donde  $m'$  representa el ingreso al que la cesta inicial es asequible. Así:

$$\begin{aligned} I' &= P_x'X + P_yY \\ I &= P_xX + P_yY \end{aligned}$$

Restando las ecuaciones tenemos que la compensación del ingreso debe ser:

$$\begin{aligned} \Delta I &= X(P_x' - P_x) \\ \Delta I &= X\Delta P_x \end{aligned}$$

Y el efecto sustitución será:

$$\Delta X^s = x(P_x', I') - x(P_x, I)$$

Por su parte el efecto ingreso:

$$\Delta X^i = x(P_x', I) - x(P_x, I')$$

El efecto total:

El efecto total es descrito por la ecuación de Slutsky, que descompone el efecto total en el efecto sustitución y el efecto ingreso.

$$\frac{\partial x(P_x, P_y, I)}{\partial P_x} = \frac{\partial h_x(P_x, P_y, v(P_x, P_y, I))}{\partial P_x} + \frac{\partial x(P_x, P_y, I)}{\partial I} x(P_x, P_y, I)$$

El primer vector el efecto sustitución, e indica como varia la demanda hicksiana, dado que estas variaciones mantiene constantes la utilidad. El segundo vector es el efecto renta.

## Bibliografía

- Case Karl y Fair Ray. (2008). *Principios de Microeconomía*, Editorial Pearson- Prentice Hall Hispanoamericana. Juarez-México.
- Mankiw, Gregory. (2002). *Principios de Economía*, Editorial Mc. Graw Hill, Madrid-España.
- Maddala, G.S. y Miller Ellen. (1991). *Microeconomía*. Mc. Graw Hill. México.
- Mochón, Francisco. (2006). *Principios de Economía*, Editorial Mc. Graw Hill, Madrid-España.
- Mochón, Francisco. (2005). *Economía: Teoría y Política*, Editorial Mc. Graw Hill, Madrid-España.
- Parkin, Michael. (1995). *Microeconomía*. Editorial Addison Wesley Iberoamericana, Buenos Aires-Argentina.
- Pindyck, Robert y Rubinfeld, Daniel. (2001). *Microeconomía*. Editorial Prentice Hall. Madrid-España.